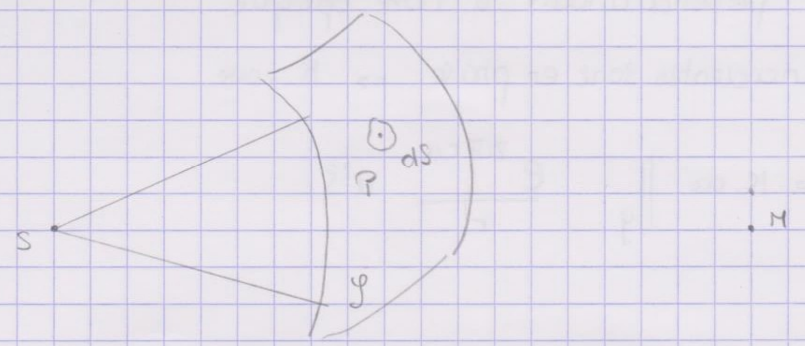
Diffraction. I

Rappels



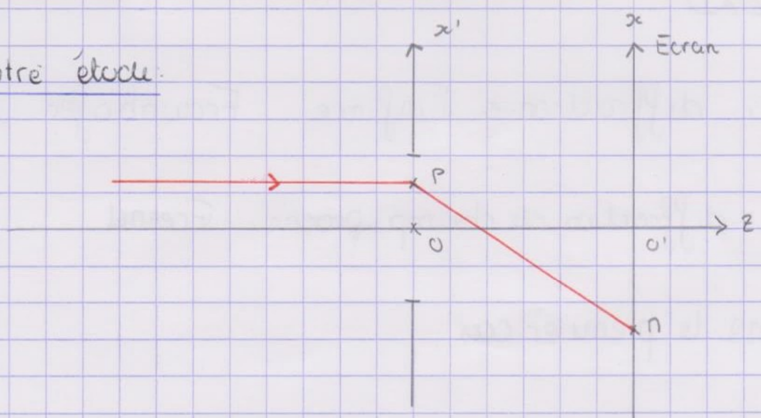
. Principe de Huygens Fresnel :

- chaque point P de la surface $\mathcal{S}$ (fictive) se comporte comme une source secondaire d'ondes spheriques, dont la frequence et la phase sont les même que pour l'onde incidente.
  L'amplitude de l'onde secondaire est proportionelle à celle de l'onde incidente en P et à la surface elementaire d^2S de $\mathcal{S}$ entourant P (Huygens)
- L'ensemble des ondes secondaires sont coherentes entre elles, et l'eclairement de M resulte de leur interférences. (Fresnel)

$$\Rightarrow \boxed{a(M) = \iint_{\mathcal{S}} K\, a(P)\, \frac{e^{2i\pi \frac{r}{\lambda}}}{r}\, d^2S}$$ avec $r = \|\vec{PM}\|$

Cadre de notre étude.

S à l'∞



. On a une source à l'infinie. elle emet des ondes planes.

. L'ecran est perpendiculaire à l'axe optique

. Les ondes incidentes sont en phase $\Rightarrow K = \text{cste}$

$$\Rightarrow \quad a(M) = K . a_0 \iint_{\mathcal{S}} \frac{e^{2i\pi r/\lambda}}{r} \, d^2S.$$

. On note ρ la taille caracteristique de l'ouverture

↳ $\rho \ll D$

↳ $1/r \simeq 1/D$

. $r^2 = D^2 + (X-x)^2 + (Y-y)^2$

$$= D^2 \left(\frac{(X-x)^2}{D^2} + \frac{(Y-y)^2}{D^2} + 1 \right)$$

$$\Rightarrow \quad r = D \left(1 + \frac{(X-x)^2}{2D^2} + \frac{(Y-y)^2}{2D^2} \right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{r}{\lambda} = \frac{D}{\lambda} + \frac{x^2+y^2}{2\lambda D} + \frac{X^2+Y^2}{2\lambda D} - \frac{xX+yY}{\lambda D}$$

On pose $\mathcal{F} = \dfrac{\rho^2}{2\lambda D}$

- $\mathcal{F} \ll 1$: diffraction à l'infinie : Fraunhofer

- $\mathcal{F} \gg 1$: diffraction de champ proche : Fresnel

On va se placer dans le premier cas

Diffraction II

$$a(M) = K a_0 \, e^{\frac{2i\pi}{\lambda}\left(D + \frac{x^2+y^2}{2D}\right)} \iint_{\mathcal{Y}} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda}\left(\frac{xX + yY}{D}\right)} dX dY$$

Dans la pratique : $\boxed{a(M) = A_0 \iint_{\mathcal{Y}} t(X;Y)\, e^{2i\pi/\lambda \, \frac{xX+yY}{D}} \, dX dY}$

II - Diffraction par un diaphragme absorbant

$$t(X;Y) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(1 - \cos\left(2\pi X/a\right)\right) & \text{si } |X| < a/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1) On veut calculer $a(M) = A_0 \iint t(X;Y)\, e^{\frac{2i\pi}{\lambda D}(xX + yY)} \, dX dY$

$$a(M) = \frac{1}{2}\int_{-a/2}^{a/2} \left(1 - \cos(2\pi X/a)\right) e^{-2i\pi/\lambda D \cdot xX} \, dX.$$

$$= \underbrace{\frac{A_0}{2}\int_{-a/2}^{a/2} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda D} xX} dX}_{1} + \underbrace{\frac{A_0}{2}\int_{-a/2}^{a/2} \cos\left(\frac{2\pi X}{a}\right) e^{\frac{2i\pi}{\lambda D} xX} dX}_{2}$$

1 $= \frac{A_0}{2}\left[-\frac{\lambda D}{2i\pi x} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda D} xX}\right]_{-a/2}^{a/2}$

$$= \frac{A_0}{2} \frac{\lambda D}{\pi x} \sin\left(+\frac{\pi a x}{\lambda D}\right) = +\frac{a A_0}{2} \operatorname{sinc}\left(\pi a x / \lambda D\right)$$